



Elektromagnetismus

Der Elektromagnetismus wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Sie lauten in der Differentialform:

$$(1) \quad \text{rot } \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{i} + \mu_0 \frac{\mathbf{E}}{t}$$

$$(2) \quad \text{rot } \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\mathbf{B}}{t}$$

$$(3) \quad \text{div } \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$(4) \quad \text{div } \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Elektromagnetische Welle

Aus den Maxwell-Gleichungen können die Wellengleichungen für die elektromagnetische Welle entwickelt werden. man erhält:

$$(5) \quad \Delta^2 \mathbf{B} = \mu_0 \nabla^2 \frac{\mathbf{B}}{t^2} \quad \text{und}$$

$$(6) \quad \Delta^2 \mathbf{E} = \mu_0 \nabla^2 \frac{\mathbf{E}}{t^2}$$

Die Lösungen dieser Wellengleichungen sind:

$$(7) \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega t} \quad \text{und}$$

$$(8) \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega t}$$

mit $\mathbf{x} = (x, y, z)$ und dem Wellenvektor \mathbf{k} , dessen Betrag gleich $|\mathbf{k}| = \frac{2\pi f}{v} = \frac{\omega}{v}$ ist.

Der Wellenvektor \mathbf{k} steht senkrecht auf dem elektrischen Feldvektor \mathbf{E} und senkrecht auf dem Magnetfeldvektor \mathbf{B} . v ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle. Im Vakuum ist sie gleich der Lichtgeschwindigkeit c . In Materie ist v reduziert, es gilt:

$$(9) \quad v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Die Amplituden in den Lösungen der Wellengleichungen \mathbf{B}_0 und \mathbf{E}_0 sind nicht willkürlich sondern voneinander abhängig, da die Lösungen den Maxwellgleichungen (1) und (2) genügen müssen. Der Zusammenhang kann für Wellen im Vakuum mit folgender Beziehung beschrieben werden.

$$(10) \quad E_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} B_0 = c B_0 \quad (c = \text{Vakuumlichtgeschwindigkeit})$$

Diese Beziehung gilt aber ebenfalls für E und B . Mit $B = \mu_0 H$ und $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ kann man schreiben:

$$(11) \quad E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H = Z_0 H$$

Der Faktor Z_0 hat die Dimension Ω und wird als Feldwellenwiderstand bezeichnet. Er ist konstant und hat den Wert $Z_0 = 376.68$