

## Lernziele

- Das Internationale Masssystem (SI) kennen und anwenden können.
- Eine physikalische Grösse mittels Erhebung einer Messserie und der statischen Auswertung messen können.
- Die Fehlerfortpflanzung einfach abschätzen können.
- Messverfahren für verschiedene physikalische Grössen kennen.

## Messen

Am Anfang der Zivilisation stand die Messkunst. Unsere Vorfahren lernten die Messtechnik anzuwenden, als sie sesshaft wurden, Häuser bauten und Felder bestellten. Die ersten Masseinheiten waren Naturmasse: Schritt, Elle Zoll, Fuss usw. Im Laufe der Zeit wuchs die Zahl der verwendeten Einheiten zu einer unüberschaubaren Fülle an. Deshalb wurde im Jahre 1875 von 17 Staaten die Meterkonvention abgeschlossen, der heute 40 Staaten angehören. 1960 wurde von der 11. internationalen Konferenz für Mass und Gewicht das "*Internationale Einheitensystem*" (SI) angenommen, das heute in vielen Staaten verbindlich eingeführt ist.

Eine physikalische Grösse (z.B.: Länge, Masse, Zeit) beschreibt eine einzelne genau definierte Eigenschaft einer Erscheinung qualitativ und quantitativ.

**Messen heisst, die zu messende Grösse mit einer festgelegten Masseinheit zu vergleichen.**

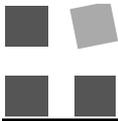
Dabei gilt: Grösse = Zahlenwert x Masseinheit

## Das internationale Masssystem

SI-Basisgrösse		SI-Basiseinheit	
Länge	$l$	Meter	m
Masse	$m$	Kilogramm	kg
Zeit	$t$	Sekunde	s
elektrische Stromstärke	$I$	Ampere	A
thermodynamische Temperatur	$T$	Kelvin	K
Stoffmenge	$n$	Mol	mol
Lichtstärke	$I_v$	Candela	cd

Von den Basiseinheiten werden weitere gebräuchliche Einheiten abgeleitet. Hier einige Beispiele:

Abgeleitete Grösse	SI-Einheit	
Kraft	Newton N	= m kg s <sup>-2</sup>
Druck	Pascal Pa	= m <sup>-1</sup> kg s <sup>-2</sup> = N•m <sup>-2</sup>
Arbeit, Energie	Joule J	= m <sup>2</sup> kg s <sup>-2</sup> = N m
Leistung	Watt W	= m <sup>2</sup> kg s <sup>-3</sup> = J/s
Elektrische Ladung	Coulomb C	= A s
Elektrische Spannung	Volt V	= m <sup>2</sup> kg s <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> = W/A
Elektrischer Widerstand	Ohm	= m <sup>2</sup> kg s <sup>-3</sup> A <sup>-2</sup> = V/A



### Dezimale Vielfache und Teile von Einheiten

1000000000000 = $10^{12}$	Billionenfach	Tera	T
1000000000 = $10^9$	Milliardenfach	Giga	G
1000000 = $10^6$	Millionenfach	Mega	M
1000 = $10^3$	Tausendfach	Kilo	k
100 = $10^2$	Hundertfach	Hekto	h
10 = $10^1$	Zehnfach	Deka	da
0,1 = $10^{-1}$	Zehntel	Dezi	d
0,01 = $10^{-2}$	Hundertstel	Zenti	c
0,001 = $10^{-3}$	Tausendstel	Milli	m
0,000001 = $10^{-6}$	Millionstel	Mikro	$\mu$
0,000000001 = $10^{-9}$	Milliardstel	Nano	n
0,000000000001 = $10^{-12}$	Billionstel	Piko	p

Beispiele: 1 cm = 1 Zentimeter  
1 ns = 1 Nanosekunde  
1 MW = 1 Megawatt  
1 kWh = 1 Kilowattstunde

Für nähere Einzelheiten zu den Definitionen der Masseinheiten sei auf das "*Bundesgesetz über das Messwesen*" vom 9.6.1977 und auf die "*Einheiten-Verordnung*" vom 23.11.1977 verwiesen.

### Messprotokoll

Es ist sinnvoll, vor dem Messen sich zu überlegen, wie die Messung dokumentiert werden soll. Das Messprotokoll soll auch eine Skizze oder ev. ein Bild der Anlage zeigen. Eine Dokumentation über die verwendeten Messgeräte und der Messverfahren darf nicht fehlen. Insbesondere ist anzugeben, welcher Messbereich des Messgerätes verwendet worden ist, und welche Angaben der Hersteller zur Genauigkeit gemacht hat. Die Messwerte selbst trägt man in der Regel in eine vorher vorbereitete Tabelle ein. Dabei kann man auch darauf achten, dass Platz für aus den Messwerten zu berechnende weitere Grössen vorhanden ist. Messwerte können natürlich auch mit dem Computer erfasst werden, entweder mit einem Tabellenkalkulationsprogramm oder direkt mit einem Interface, über welches die Messdaten direkt eingelesen werden. In jedem Fall ist darauf zu achten, dass die Messwerte unmittelbar festgehalten werden, sie dürfen nicht nachträglich aus dem Gedächtnis rekonstruiert werden. Deshalb ist bei einer Messwerterfassung mit dem Computer darauf zu achten, dass die Werte regelmässig gesichert werden.

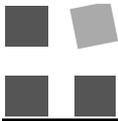
In einem Laborprotokoll werden Eintragungen nie ausradiert oder sonstwie unkenntlich gemacht. Vermeintlich falsche Aufzeichnungen werden vielmehr so durchgestrichen, dass sie weiterhin lesbar bleiben. Sie werden mit einem Kommentar versehen, der den Leser über den Grund des Irrtums aufklärt. Nachträgliche Eintragungen ins Protokoll sind als solche zu kennzeichnen.

### Fehlerbeurteilung

Die Messung einer physikalischen Grösse bedeutet den Vergleich mit einer Masseinheit derselben Grösse. Es liegt in der Natur des Vergleichens, dass dabei Fehler auftreten. Dabei ist zwischen den systematischen und den zufälligen Fehlern zu unterscheiden.

### Systematische Fehler

Systematische Fehler liegen vor, wenn z.B. Messgeräte nicht richtig kalibriert sind. Sie können aber auch im Messverfahren begründet sein. So führt die Nichtberücksichtigung von Nebenumständen ev. zu einem Fehler.



### Zufällige oder statistische Fehler

Auch bei konsequenter Vermeidung von systematischen Fehlern wird die mehrmalige Messung einer Grösse nicht immer dasselbe Resultat liefern, selbst bei grösster Sorgfalt beim Messen. Der zufällige oder statistische Fehler kann mit Ereignissen aus der mathematischen Statistik verglichen werden. Die Theorie sagt, dass der statistische Messfehler normalverteilt ist.

### Mittelwert

Unter dem Mittelwert versteht man das arithmetische Mittel der gemessenen Werte.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Auf dem Taschenrechner bzw. dem Computer kann man den Mittelwert meist mit Anweisungen "AVERAGE" oder "MEAN" bzw. "MITTELWERT" berechnen.

### Standardabweichung

Die Standardabweichung gibt die mittlere Abweichung des Einzelwertes vom Mittelwert an. Sie ist definiert durch:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Auf dem Taschenrechner bzw. dem Computer kann man die Standardabweichung meist mit Anweisungen "STANDARDDEVIATION", "STDEV" oder "STABW" berechnen.

Die Standardabweichung gibt ein Intervall  $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$  um den Mittelwert an, in dem gemäss Theorie etwa zwei Drittel der Messwerte liegen.

Das Ergebnis wird immer in der Form  $\bar{x} \pm s$  angegeben.

### Relativer Fehler

Der relative Fehler wird durch den Quotienten aus Standardabweichung und Mittelwert berechnet. Es gilt:

$$\text{relativer Fehler} = \frac{s}{\bar{x}} \quad \text{Der relative Fehler wird meist in \% angegeben.}$$

### Fehlerfortpflanzung

Meist wird aus den Messungen durch Einsetzen in eine Formel eine andere physikalische Grösse berechnet. Dabei ist zu beachten, dass sich die Messfehler der beteiligten Grössen auf die Zielgrösse übertragen. Das Gauss'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz beschreibt die Fehlerübertragung entsprechend. Eine Fehlerabschätzung ohne Differentialrechnung kann folgendermassen gemacht werden:

Summe und Differenz:

$$z = x \pm y \quad \text{absoluter Grösstfehler } |z| = |x| + |y|$$

Produkt und Quotient:

$$z = xy \text{ oder } z = \frac{x}{y} \quad \text{relativer Grösstfehler } \left| \frac{z}{z} \right| = \left| \frac{x}{x} \right| + \left| \frac{y}{y} \right|$$

Potenz:

$$z = x^n \quad \text{relativer Grösstfehler } \left| \frac{z}{z} \right| = n \left| \frac{x}{x} \right|$$