Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen:

1) a) $x^2 - 2x - 5 = 0$ b) $x^2 + 10x + 36 = 60$ c) $x^2 - 6x + 13 = 4$
2) a) $x^2 + 2ax = b^2$ b) $x^2 + 4ax - 5a^2 = 0$ c) $x^2 - 2ax = 6ab + 9b^2$
3) a) $\frac{1}{2} x^2 - 5x + 11 = \frac{1}{2}$ b) $3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0$ c) $1{,}5x^2 + 2x - 7{,}5 = 0$
4) a) $3x^2 + 8x + 5 = 0$ b) $2x^2 - x - 6 = 0$
5) a) $x^2 - 6x + 4 = 0$ b) $-x^2 + 2x + 1 = 0$
6) a) $16 - 50x + 25x^2 = 0$ b) $1125 + 20x - x^2 = 0$
7) a) $9y^2 + 9y + 0{,}25 = 0$ b) $2{,}5z^2 - 3z + 0{,}2 = 0$
8) a) $x^2 - 17x - 1650$ b) $-x^2 + 70x - 1225 = 0$
9) a) $100x^2 - 520x + 651 = 0$ b) $112x^2 + 111x - 100 = 0$
10) a) $2x^2 - \sqrt{2}\, x + 0{,}25 = 0$ b) $\left(1 + \sqrt{3}\right)x^2 + x + \left(1 - \sqrt{3}\right) = 0$
11) a) $\frac{x^2}{15} + \frac{7x}{5} - 36 = 0$ b) $\frac{x^2}{25} - \frac{x}{6} + \frac{1}{9} = 0$
12) a) $0{,}5x^2 - 2{,}3x + 1{,}2 = 0$ b) $1{,}05x^2 - 1{,}75x + 0{,}7 = 0$
13) a) $2x^2 + \frac{1}{3} x = 0$ b) $\frac{3}{4} x^2 - 10x = 0$ c) $\frac{1}{4} x - 0{,}4x^2 = 0$
14) a) $\sqrt{3}\, x^2 - 6x = 0$ b) $\sqrt{6}\, x^2 + \sqrt{2}\, x = 0$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2} x = \frac{\sqrt{3}}{3} x^2$
15) a) $(x + 2)(x + 5) = 0$ b) $x^2 - 8x + 15 = 0$
16) a) $x^2 + 2x = 24$ b) $x^2 - 3x = 40$
17) a) $n^2 + n - 2 = 0$ b) $k^2 + 20k + 100 = 0$
18) a) $7x^2 + 8x + 1 = 0$ b) $6x^2 - x - 1 = 0$
19) a) $9(x - 10) - x(x - 15) = x$ b) $3(x^2 + 2) - x(x + 9) = 11$
20) a) $(7 + x)(7 - x) = (x + 10)(x + 25) + (x + 1)(x + 15)$
b) $(5x + 1)^2 - (2x + 7)^2 = (5x + 1)(2x + 7)$
21) a) $\left(\frac{2}{3} x + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{5} x - \frac{1}{10}\right) = x + \frac{1}{4}$ b) $\frac{9x + 2}{6} \bullet \frac{9x - 2}{8} = \left(\frac{3}{4} x - \frac{5}{6}\right)^2$
22) a) $z^3 = (z + 3)(z - 4)(z + 6)$ b) $t^3 = (t - 4)(t - 9)(t - 36)$
23) a) $\frac{2x - 5}{3} + 8 = (2x - 5)^2$ b) $\frac{2x - 5}{3} + 8 = (2x + 5)^2$ c) $\frac{(2x - 5)^2}{3} + 8 = (2x - 5)^2$
24) $\left(\frac{1}{2} x - 2\right)^2 - \frac{1}{2} (x - 2) = 1$ b) $\left(\frac{x}{3} - 4\right)^2 + \left(\frac{x}{4} - 3\right)^2 = 1$

Lösungen:

1) a) $1 \pm \sqrt{6}$ b) 2; - 12 c) 3
2) a) $-a \pm \sqrt{a^2 + b^2}$ b) a; -5a
c) 2a + 3b; -3b
3) a) 3; 7 b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{3}$; -3
4) a) $-\frac{5}{3}$; -1 b) 2; $-\frac{3}{2}$
5) a) $3 \pm \sqrt{5}$ b) $1 \pm \sqrt{2}$
6) a) $\frac{8}{5}$; $\frac{2}{5}$ b) -25; 45
7) a) $\frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{6}$ b) $(3 \pm \sqrt{7{,}5})$
8) a) 50; -33 b) 35
9) a) 3,1; 2,1 b) $\frac{4}{7}$; $-\frac{25}{16}$
10) a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$; $1 - \sqrt{3}$
11) a) 15; - 36 b) $\frac{10}{3}$; $\frac{5}{6}$
12) a) 4; $\frac{3}{5}$ b) 1; $\frac{2}{3}$
13) a) 0; $-\frac{1}{6}$ b) 0; $\frac{40}{3}$ c) 0; $\frac{5}{8}$
14) a) 0; $2\sqrt{3}$ b) 0; $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) 0; $\frac{\sqrt{6}}{2}$
15) a) -2; -5 b) 3; 5
16) a) 4; -6 b) 8; -5
17) a) 1; -2 b) -10
18) a) -1; $-\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$
19) a) 5; 18 b) 5; $-\frac{1}{2}$
20) a) -8; -9 b) $\frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
21) a) $\frac{3}{4}$; -1 b) $\frac{4}{9}$; $-\frac{14}{9}$
22) a) 6; $-\frac{12}{5}$ b) $\frac{36}{7}$
23) a) 4, $\frac{7}{6}$ b) $-\frac{4}{3}$; $-\frac{7}{2}$ c) $\frac{5 \pm 2\sqrt{3}}{2}$
24) a) $5 \pm \sqrt{5}$ b) $\frac{72}{5}$; $\frac{48}{5}$

1) Ein rechtwinkeliges Dreieck hat einen Flächeninhalt von 216 cm^2. Verlängert man die eine Kathete um einen Sechstel ihrer Länge und verkürzt man zugleich die andere Kathete um einen Sechstel, so nimmt das Quadrat über der Hypotenuse um 59 cm^2 ab. Berechnen Sie die Längen der Katheten!

2) Die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks unterscheiden sich um 5 cm, ihre Projektionen auf die Hypotenuse dagegen um 7 cm. Berechnen Sie die Längen der Katheten!

3) Würde man den Umfang eines Rades um 1 m vergrössern, so würde es sich beim Abrollen auf einer 546 m langen Strecke 25-mal weniger drehen. Berechnen Sie den Umfang des Rades!

4) Welches Vieleck hat 350 Diagonalen?

5) Die Oberfläche einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche misst 16 m^2, die Seitenkante 5 m. Berechnen Sie die Länge der Grundkante!

6) Zugspannung in einem rotierenden Stab (L. Papula)

Ein zylindrischer Stab der Länge l rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine durch das Ende des Stabes gehende, zu ihm senkrecht verlaufende Achse.

a) Bestimmen Sie die durch die Zentrifugalkräfte hervorgerufene Zugspannung σ an einer beliebigen Schnittstelle x und skizzieren Sie den Spannungsverlauf längs des Stabes.
b) An welcher Schnittstelle erreicht die Zugspannung ihren Maximalwert?
c) Welchen Wert darf die Winkelgeschwindigkeit nicht überschreiten, wenn die aus materialtechnischen Gründen höchstzulässige Zugspannung σ_0 beträgt?

(A: Querschnittsfläche des Stabes, ρ: konstante Dichte des Stabmaterials)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

1) a) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$ b) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$

2) a) $36x^4 - 25x^2 + 4 = 0$ b) $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$

3) a) $2x^4 - 7x^2 + 4 = 0$ b) $3x^4 + x^2 - 5 = 0$

4) a) $x^4 - 5a^2x^2 + 6a^4 = 0$ b) $x^4 - 3ax^2 - 4a^2 = 0$

5) a) $x^2 + \frac{18^2}{x^2} = 45$ b) $x^3 - \frac{6^3}{x^3} = 19$

6) a) $(x + 12)^2 + (x - 12)^2 = x^4$ b) $(x + 20)^3 - (x - 20)^3 = x^4$

7) a) $\frac{5x^2 - 8x + 2}{3x^2 - 7x - 6} = \frac{4x^2 + x - 16}{3x^2 - 7x - 6}$ b) $\frac{6x^2 - 7x + 2}{8x^2 + 5x + 1} = \frac{6x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 9x + 1}$

8) a) $\frac{9x - 8}{4x + 7} = \frac{3x}{2x + 5}$ b) $\frac{x - 4}{x - 5} = \frac{30 - x^2}{x^2 - 5x}$

9) a) $\frac{x^2}{x - 6} - \frac{6x}{6 - x} = 1$ b) $\frac{8}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} = 3x - 1$

10) a) $\frac{5}{x + 1} + \frac{6}{x + 2} = \frac{14}{x + 3}$ b) $\frac{2x^2 - 3}{x + 1} + \frac{3 - 2x^2}{x + 9} + \frac{2x^2 - 3}{x + 7} = 0$

11) a) $\frac{x^2 + x}{48} - \frac{48}{x^2 + x} = 4{,}8$ b) $\frac{x^2 - 21}{x} - \frac{x}{x^2 - 21} = 0{,}45$

12) Zerlegen Sie die folgenden quadratischen Terme in Linearfaktoren:
a) $x^2 - x - 5700$ b) $x^2 - 100x + 2244$ c) $x^2 + 2x - 1$ d) $-2x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{4}$
e) $6x^2 + x - 2$ f) $\frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ g) $2x^2 - x\sqrt{6} - 3$ h) $-\frac{3}{4}x^2 + 12x$

13) Bestimmen Sie den Parameterwert u und die zweite Lösung x_2:
a) $x^2 + 4x + u = 0$, $x_1 = 7$ b) $12x^2 - 17x + u = 0$, $x_1 = \frac{2}{3}$ c) $6x^2 + ux - 35 = 0$, $x_1 = \frac{5}{6}$
d) $4x^2 + ux + 45 = 0$, $x_1 = \frac{9}{2}$ e) $ux^2 + 59x + 70 = 0$, $x_1 = -2$ f) $ux^2 + 10x - 1 = 0$, $x_1 = \frac{1}{5}$

Lösungen:

1) a) ± 3; $\pm\sqrt{2}$ b) ± 1; $\pm 2\sqrt{2}$
2) a) $\pm\frac{1}{2}$; $\pm\frac{2}{3}$ b) $\pm\sqrt{3}$; $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$
3) a) $\pm 1{,}668$; $\pm 0{,}8481$ b) $\pm 1{,}065$
4) a) $\pm a\sqrt{2}$; $\pm a\sqrt{3}$ b) $\pm\sqrt{-a}$ für $a < 0$; 0 für $a = 0$; $\pm 2\sqrt{a}$ für $a > 0$
5) a) ± 6; ± 3 b) -2; 3
6) a) $\pm 3\sqrt{2}$ b) $\pm 10\sqrt{2}$
7) a) 6 b) 0; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$
8) a) 2, $-\frac{10}{3}$ b) -3
9) a) -2; -3 b) 0; $-\frac{5}{3}$
10) a) 4; $-\frac{5}{3}$ b) -5; -13; $\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$
11) a) 15; -16 b) 5,25; -4; 4,2; -5

12) a) $(x - 76)(x + 75)$
b) $(x - 66)(x - 34)$
c) $x^2 + 2x - 1$
d) $-\frac{1}{4}(2x - 1)(4x - 3)$
e) $(3x + 2)(2x - 1)$
f) $\frac{1}{6}(2x - 3)^2$
g) $\left(x - \frac{1}{4}\left(\sqrt{6} + \sqrt{30}\right)\right)\left(x + \frac{1}{4}\left(\sqrt{6} + \sqrt{30}\right)\right)$

13) a) $u = -77$, $x_2 = -11$
b) $u = 6$, $x_2 = \frac{3}{4}$
c) $u = 37$, $x_2 = -7$
d) $u = -28$, $x_2 = \frac{5}{2}$
e) $u = -47$, $x_2 = -\frac{35}{47}$
f) $u = -25$, $x_2 = \frac{1}{5}$